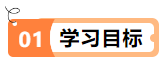
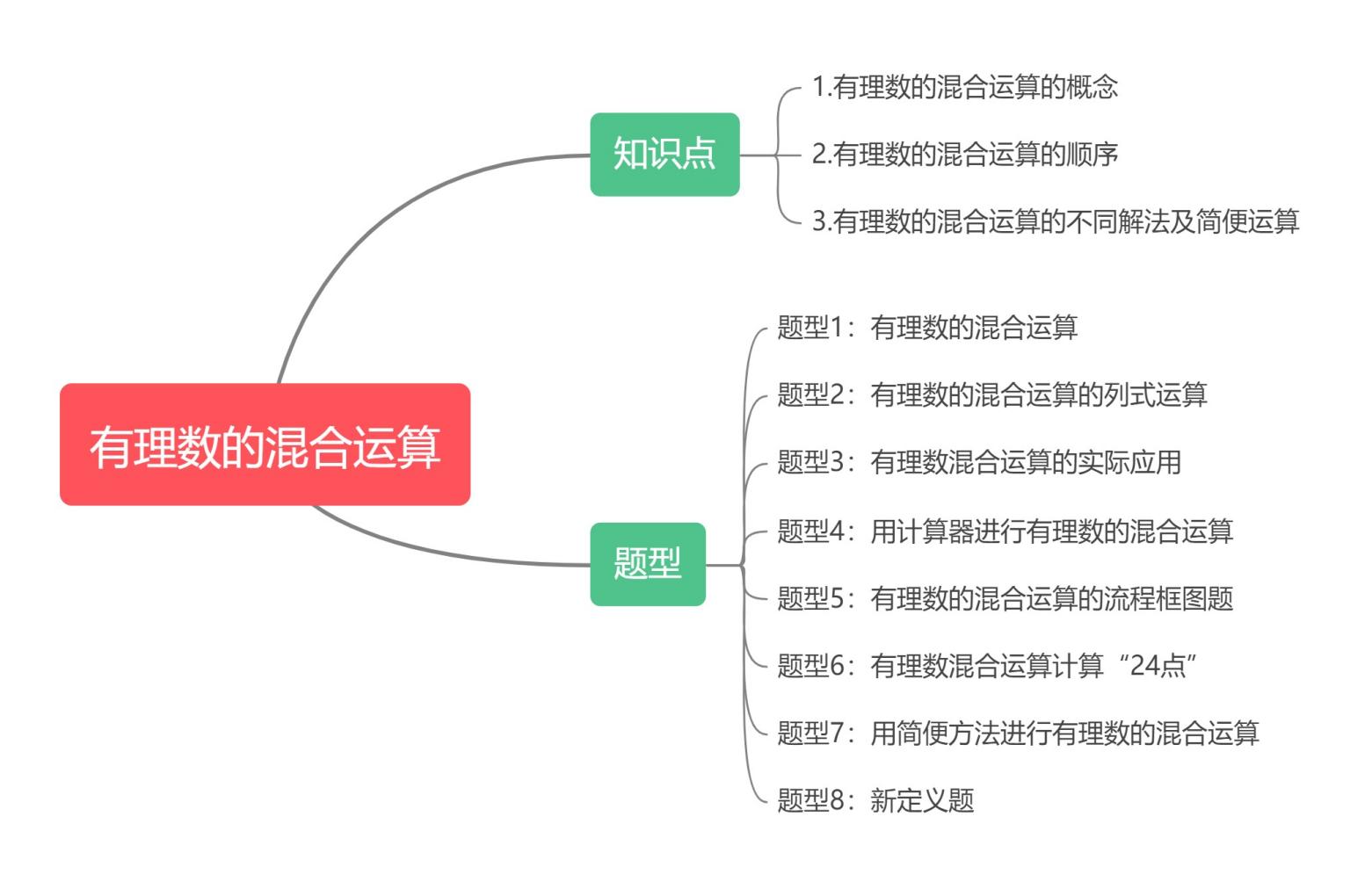
**第07讲 有理数的混合运算（八大题型）**



|  |
| --- |
| **学习目标** |
| 1、了解有理数的混合运算的概念；  2、掌握有理数的混合运算；  3、知道有理数混合运算的应用。 |







**一、复习引入**

师:在上新课之前,我们先来做几个题目巩固一下前面所学的知识.

1.指名学生计算:

(1)(-2)+(-3); (2)7×(-12);

(3)17-(-32); (4)(-2)3;

(5)-23; (6)021

(7)(-4)2; (8)(-2)4;

(9)-100-27; (10)1×(-2);

(11)-7+3-6; (12)(-3)×(-8)×25.

2.师:说一说我们学过的有理数的运算律.

加法交换律:a+b=b+a.

加法结合律:(a+b)+c=a+(b+c).

乘法交换律:ab=ba.

乘法结合律:(ab)c=a(bc)

乘法分配律:a(b+c)=ab+ac.

**二、讲授新课**

1.师:同学们,请观察下面的算式里有哪几种运算?

3+50÷22×(-10)-1.

这个算式里,含有有理数的加、减、乘、除、乘方等多种运算,这种运算称为**有理数的混合运算**.

2.**有理数混合运算的运算顺序**.

(1)先算乘方,再算乘除,最后算加减;

(2)同级运算,按照从左至右的顺序进行;

(3)如果有括号,就先算小括号里的,再算中括号里的,最后算大括号里的.

注意:①加法和减法叫做第一级运算;乘法和除法叫做第二级运算;乘方和开方叫做第三级运算;

②可以应用运算律适当改变运算顺序,使运算简便.

例题讲解.

【例1】计算:18-6÷(-2) ×（-）.

解:原式=18-（-3）×（-）=18-1=17..

【例2】计算:(-3)2×[-+(-)].

解法一:(-3)2×[-+(-)]=9×(-)=-11.

解法二: (-3)2×[-+(-)]

=9×[-+(-)]

=9×(-)+9×(-)

=-6+(-5)

=-11.

师:同学们,由以上运算我们可以知道,把原算式根据运算法则统一为乘法,又把括号里的数字作为一个数,再次运用乘法交换律,利用倒数关系使问题进一步简化,最后又根据数字特征运用乘法分配律,顺利达到化简的目的.本例在求解过程中,不断创新,寻求新的解法,这样既能把所学知识用活、用巧,又能培养学生的创新能力、提高数学素养,必须有这种学习精神,才能在素质教育的大道上不断进取!

**【即学即练1】**下列计算正确的是（）

A． B．

C． D．

【答案】D

【分析】分别根据有理数的运算法则计算后判断即可.

【解析】A.，计算错误；

B.，计算错误；

C.，计算错误；

D.，计算正确；

故选D.

【点睛】本题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解题的关键.

**【即学即练2】** 计算：

(1)

(2)

(3)

(4)

【答案】(1)

(2)

(3)

(4)

【分析】本题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算顺序和运算法则是解题的关键．

（1）先把减法转化为加法，然后根据加法法则计算即可；

（2）根据乘法分配律计算即可；

（3）先把假分数化为带分数，再算乘除法，最后算加减法即可；

（4）先算乘方和括号内的式子，然后计算括号外的乘法，最后算减法即可．

【解析】（1）解：



．

（2）解：





．

（3）解：







．

（4）解：





．

**【即学即练3】**某公路养护小组乘车沿一条东西方向的公路巡视维护．某天早晨从*A*地出发，最后收工时到达*B*地．约定向东为正方向，当天的行驶记录如下（单位:千米）：

，，，，，，，．

(1)求*B*地在*A*地的哪个方向?它们相距多少千米?

(2)若每千米耗油升，每升汽油6元，那么该养护小组当天乘车耗油多少升？花费多少油钱？

【答案】(1)*B*地在*A*地的西面，相距3千米

(2)该维修队耗油升，花费153元油费

【分析】本题主要考查正负数得意义和有理数得加减法，关键是要牢记有理数的加减法法则．

（1）根据正负数的意义，将每天的行程相加即可；

（2）将每天的行驶路程相加，再乘以，再计算总费用，即可得出答案．

【解析】（1）解：将每天的行驶记录相加得：千米，

向东为正方向，

向西为负方向，

在地的西边，相距3千米处；

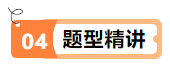
（2）解：

=

=，

（升），（元），

该维修队耗油升，花费153元油费．



**题型1：有理数的混合运算**

**【典例1】**．下列计算正确的是（  ）

A． B．

C． D．

【答案】C

【分析】根据有理数的混合运算，逐项计算，然后判定即可求解．

【解析】A. ，故该选项不正确，不符合题意；

B. ，故该选项不正确，不符合题意；

C. ，故该选项正确，符合题意；

D. ，故该选项不正确，不符合题意；

故选：C．

【点睛】本题考查了有理数的混合运算，熟练掌握有理数的运算法则是解题的关键．

**【典例2】**．下列运算正确的是（    ）

A． B．

C． D．

【答案】C

【分析】、用乘方的意义即可判断，、有理数混合运算法则进行计算，即可判断．

【解析】A.，故此项错误；

B.，故此项错误；

C.，故此项正确；

D.，故此项错误．

故选：C．

【点睛】本题主要考查了乘方的意义，有理数混合运算，理解乘方的意义，掌握有理数混合运算法则是解题的关键．

**【典例3】**．计算：

(1)；

(2)；

(3)；

(4)

【答案】(1)8

(2)

(3)

(4)10

【分析】（1）先运用有理数加法法则和有理数减法法则计算即可；

（2）先计算乘法和除法，再计算送还支即可；

（3）先计算除法，再计算乘法即可；

（4）运用乘法分配律计算即可．

【解析】（1）解：原式

；

（2）解：原式

；

（3）解：原式

；

（4）解：原式



.

【点睛】本题考查有理数四则混合运算，熟练掌握有理数运算法则是解题的关键，解题时注意运算顺序．

**【典例4】**．计算题

(1)

(2)

(3)

(4)

【答案】(1)6

(2)10

(3)

(4)

【分析】（1）根据有理数加减法则依次计算；

（2）根据乘法的分配律进行计算；

（3）先算括号内的，再计算括号外的乘法，最后计算括号外的加减法；

（4）先计算乘方和括号内的运算，再计算括号外的乘除法．

【解析】（1）解：原式



；

（2）解：原式





；

（3）解：原式







（4）解：原式







【点睛】本题考查了有理数的混合运算，熟记有理数混合运算的顺序，运算法则，运算定律是解题的关键．

**【典例5】**．计算：

(1)；

(2)；

(3)；

(4)．

【答案】(1)

(2)0

(3)0

(4)

【分析】（1）先算乘方，再算乘除，最后计算加减；

（2）整理后，利用乘法分配律展开计算；

（3）先将小数化为分数，计算括号内的，再算除法；

（4）先算乘方，再算括号内的，最后计算除法．

【解析】（1）解：





；

（2）







；

（3）





；

（4）







．

【点睛】此题考查了有理数的混合运算，其运算顺序为：先乘方，再乘除，最后加减，有括号先算括号里边的，同级运算从左到右依次进行．

**题型2：有理数混合运算的列式运算**

**【典例6】**．列式并计算：

(1)两个有理数之积是，已知一个数是，求另一个数；

(2)三个有理数之和是，其中两个加数分别为1和，求另一个加数．

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）根据题意，列出除法算式，即可求解；

（2）根据题意，列出减法算式，即可求解．

【解析】（1），

另一个数是．

（2），

另一个加数是．

【点睛】本题主要考查有理数的四则运算，熟练掌握四则混合运算法则是解题的关键．

**题型3：有理数混合运算的实际应用**

**【典例7】**．一种商品，先降价后又提价，现在商品的价格（ ）

A．比原价格高 B．比原价格低 C．与原价格相等 D．无法比较

【答案】B

【分析】把原价看成单位“1”计算即可．

【解析】解：设原价是1，

降价后价格为，

提价后的价格为，

比原价格低，

故选：B．

【点睛】本题考查有理数混合运算的应用，解题的关键是理解“原价×（1±提价或降价的百分率）＝现价”．

**【典例8】**．已知某快递公司的收费标准为：寄一件物品不超过5千克，收费13元；超过5千克的部分每千克加收2元．小红在该快递公司寄一件8千克的物品，需要付费（    ）

A．19元 B．20元 C．21元 D．23元

【答案】A

【分析】根据题意列出算式，计算即可求出值．

【解析】解：根据题意得：元，

∴小红在该快递公司寄一件8千克的物品，需要付费19元．

故选：A．

【点睛】此题考查了有理数的混合运算的实际应用，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

**【典例9】**．一架敌机侵犯我领空，我机立即起飞迎击，在两机相距50千米时，敌机扭转机头以每分钟15千米的速度逃跑，我机以每分钟22千米的速度追击，当我机追至敌机1千米时与敌机激战，只用了半分钟就将敌机击落，敌机从扭头逃跑到被击落共多少时间？

【答案】分钟

【分析】根据题意得出追击距离为千米，再由距离除以追击速度即可得出结果．

【解析】解：追击距离：（千米）

追击时间：（分钟）

所以，共计用时（分钟）．

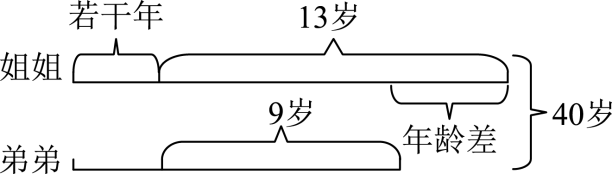
【点睛】题目主要考查有理数四则运算的应用，理解题意是解题关键．

**【典例10】**．姐姐今年13岁，弟弟今年9岁，几年后姐弟俩岁数和是40岁？姐姐到时多少岁了？

【答案】年；岁．

【分析】根据题意，用线段图显示数量关系，画线段图如下，姐弟俩的年龄差总是：（岁），不管经过多少年，姐弟年龄的差仍是4岁，由图可见，如果从40岁中减去姐弟年龄的差，再除以2就得到所求的几年后弟弟的年龄，也就可以求出几年后姐姐的年龄了．

【解析】解：如图所示：



（岁）

∴（年）

答：9年后姐弟俩岁数和是40岁，姐姐到时22岁了．

【点睛】题目主要考查有理数混合运算的应用，解答此题的关键是，要明确：姐姐和弟弟的年龄差是不会改变的，始终是岁，据此画线段图帮助理解，即可解题．

**【典例11】**．某天，一蔬菜经营户用84元钱从蔬菜批发市场批了西红柿和黄瓜共60千克到菜市场去卖，西红柿和黄瓜这天的批发价和零售价如下表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 品名 | 西红柿 | 黄瓜 |
| 批发价（单价：元/kg） | 1.5 | 1.2 |
| 零售价（单价：元/kg） | 2 | 1.6 |

(1)此蔬菜经营户批发的西红柿和黄瓜各多少千克？

(2)卖完这些西红柿和黄瓜能赚多少元钱？

【答案】(1)西红柿40千克；黄瓜20千克；

(2)28元．

【分析】（1）假设买经营户全部批发的是西红柿，则需要元，比实际多花了元，因为1千克西红柿比1千克黄瓜多花元，故黄瓜批发了千克，根据黄瓜和西红柿的总重量，可求出西红柿的重量；

（2）当天赚的钱=（西红柿的零售价-批发价）×西红柿的重量＋（黄瓜的零售价-批发价）×黄瓜重量.

【解析】（1）解：黄瓜的质量为：





（千克）

西红柿：（千克）

答：此蔬菜经营户批发的西红柿40千克，黄瓜20千克。

（2）





（元）

答：卖完这些西红柿和黄瓜能赚28元钱.

【点睛】（1）此题属于鸡兔同笼问题，可以直接采用假设法解答。（2）本题涉及一个常识问题：单价×数量=总价，单件利润×数量=总利润.

**题型4：用计算器进行有理数的混合运算**

**【典例12】**．用计算器计算：

（1）；    （2）；

（3）；    （4）．

【答案】（1）17；（2）；（3）；（4）．

【分析】根据有理数四则运算规律，先乘除后加减，从左往右进行运算即可得答案．

【解析】解：（1） ；

（2） ；

（3） ；

（4） ．

【点睛】本题考查了有理数四则混合运算，将小数转化为分数进行乘除运算是解决本题的关键．

**【典例13】**．用计算器计算：

（1）；    （2）；    （3）；    （4）．

【答案】（1）429981696；（2）112550881；（3）360.944128；（4）．

【分析】根据计算器的使用方法直接计算即可．

【解析】解：（1）＝429981696；

（2）＝112550881；

（3）＝360.944128；

（4）＝．

【点睛】本题考查了有理数的乘方，正确运用计算器计算是解题的关键．

**【典例14】**．用计算器求下列各式的值：

（1）；

（2）；

（3）；

（4）．

【答案】（1）9.9626；（2）；（3）157.04099856；（4）94.4124．

【分析】（1）先判断符号，然后把绝对值相乘；

（2）先判断符号，然后把绝对值相除；

（3）先判断符号，然后把四个3.54相乘；

（4）先算乘方和乘法，最后算加法．

【解析】解：（1）；

（2）；

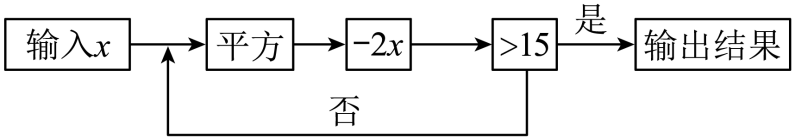
（3）；

（4）．

【点睛】本题考查有理数的运算，熟练使用计算器是关键．

**题型5：有理数的混合运算的流程框图题**

**【典例15】**．按照如图所示的运算程序，若输入的的值为，则输出的结果是（    ）



A．15 B．205 C．195 D．185

【答案】C

【分析】根据流程图所给的运算法则先求出第一次运算结果，如果大于15则输出，如果不大于15则返回继续计算即可

【解析】解：由题意得：第一次输入后计算得到的结果为：，

∵第一次输入后计算的结果不大于15，

∴第二次按照进行输入，

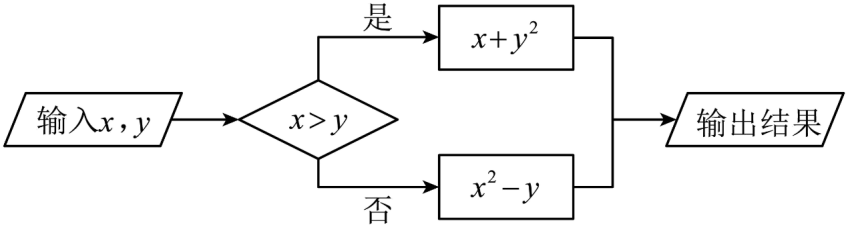
∴第二次输入后计算的结果为：，

∴最后的输出结果为195，

故选C．

【点睛】本题主要考查了与程序流程图相关的有理数计算，正确读懂程序流程图是解题的关键．

**【典例16】**．按如图所示的运算程序，能使运算输出的结果为2的是（   ）



A． B． C． D．

【答案】A

【分析】根据含乘方的有理数混合运算法则，逐一计算各个选项的值，即可得到答案．

【解析】解：A、时，选择“否”计算，，本选项符合题意；

B、，时，选择“是”计算，，本选项不符合题意；

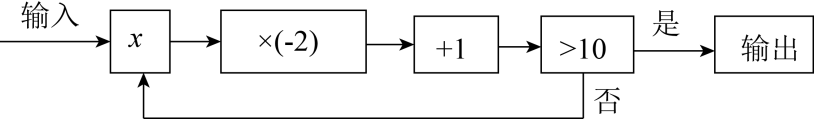
C、，时，选择“否”计算，，本选项不符合题意；

D、，时，选择“是”计算，，本选项不符合题意；

故选：A．

【点睛】本题主要考查程序流程图，涉及到有理数的混合运算，理解程序图的运算规则，列出算式，根据有理数的混合运算法则，进行计算，是解题的关键．

**【典例17】**．计算机编程语言是指用于人与计算机之间通信的语言，是人与计算机之间传递信息的媒介，因为它是用来进行程序设计的，所以又称程序设计语言或者编程语言，如图所示的运算程序中，如果结果不大于10，就把结果作为输入的数再进行第二次计算，直到符合要求（结果大于10）为止当输出的数为11时，输入的数字不可能是（    ）



A． B．3 C． D．4

【答案】D

【分析】分别求出当，，，4时，输出的结果，即可得出答案．

【解析】解：A．把代入得：，

，

，

∴当时，输出结果是11，故A不符合题意；

B．把代入得：，

，

∴当时，输出结果是11，故B不符合题意；

C．把代入得：，

∴当时，输出结果是11，故C不符合题意；

D．把代入得：，

，

∴当时，输出结果是15，故D符合题意．

故选：D．

【点睛】本题主要考查了代数式求值，解题的关键是理解题意，准确计算．

**题型6：有理数混合运算计算“24点”**

**【典例18】**．用“6，0.5，2，3”四个数计算“24点”，规定

（*a*）每个数都必须用；

（*b*）每个数只能用一次（包括在指数上使用，如：2的3次方就用了2和3两个数）；

（*c*）绝对值被认为可以无限制地使用：

（*d*）符合“交换律”与“结合律”的两个式子，被认为是同一个式子；

（*e*）要是你还知道“负指数”和“开方”，那么你就用吧；

（*f*）请将演算步骤写仔细，对1个算式得5分，写对2个得7分，写对3个得9分，写对4个或以上得10分．

【答案】见解析

【分析】根据要求写出式子，然后写出计算过程即可．

【解析】解：（1）；

（2）；

（3）；

（4）；

（5）．

【点睛】本题考查了有理数的混合运算，正确列出式子是关键．

**【典例19】**．“点”游戏规则如下：在一副扑克牌去掉大、小王中取张，根据牌面上的数字进行混合运算每张牌限用一次，使结果为或，其中红色牌代表负数，黑色牌代表正数，，，分别代表，，，例如黑桃，，和红桃，可作如下运算：或等．

(1)现在四张牌为黑桃，，和方块，运用上述规则写出三种不同运算方法的算式，使其结果为或

①

②

③ ．

(2)若四张牌分别为黑桃、黑桃、梅花和方块，则如何运算写出一种即可

【答案】(1)①；②；③；

(2)

【分析】(1)把数字、、、利用运算符号和括号组成算式，使运算结果为或；

(2)把数字、、和利用运算符号和括号组成算式，使运算结果为或即可．

【解析】（1）解：①；

②；

③；

故答案为： ①；

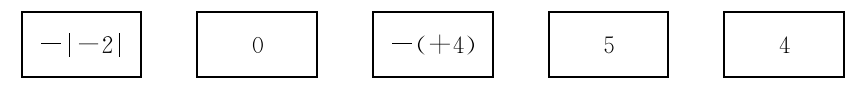
②；

③；

（2）．

【点睛】此题考查有理数的混合运算，掌握运算顺序与计算方法是解决问题的关键．

**【典例20】**．小刚与小明在玩数字游戏，现有5张写着不同数字的卡片（如图），小刚请小明按要求抽出卡片，完成下列问题：



(1)从中抽取2张卡片，使这2张卡片上数字的乘积最大，如何抽取?最大值是多少？

(2)从中抽取2张卡片，使这2张卡片上数字相除的商最小，如何抽取?最小值是多少？

(3)从中抽取4张卡片，用学过的运算方法，使结果为24，如何抽取?写出运算式子．（一种即可）

【答案】(1)抽取5和4，20；

(2)抽取和5，；

(3)见解析．

【分析】（1）根据题意和给出的五张卡片可以解答本题；

（2）根据题意和给出的五张卡片可以解答本题；

（3）根据题意可以写出相应的算式即可．

【解析】（1）解：由题意可得，

从中抽取2张卡片，使这2张卡片上数字的乘积最大，抽取5和4，

最大值是，

即抽取5和4，最大值是20．

（2）解：由题意可得，

从中抽取2张卡片，使这两张卡片数相除的商最小，抽取和5，

最小值是，

即抽取和5，最小值是．

（3）由题意可得，

解：







（答案不唯一），

即抽取0、、4、即可满足．

【点睛】本题主要考查了有理数的混合运算、有理数大小的比较等知识点，掌握有理数的混合运算法则是解答本题的关键．

**题型7：用简便的方法进行有理数混合运算**

**【典例21】**．先阅读，再解题：

因为，，，…

所以





参照上述解法计算：

(1)；

(2)．

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）根据题干总结的规律进行计算即可；

（2）根据，，…，得到的规律进行计算即可．

【解析】（1）解：根据上述解法可得：







 ；

（2）∵，，…，，

所以

=

=

=．

【点睛】本题考查的是有理数的混合运算的规律探究及运用，熟练的利用规律进行计算是解本题的关键．

**【典例22】**．先阅读，再解题：

因为，，，……

所以



参照上述解法计算：

(1)

(2)

(3)

【答案】(1)

(2)

(3)

【分析】（1）根据题干总结的规律裂项相消即可；

（2）把原式化为，再利用规律计算即可；

（3）把原式化为，再逆用分配律即可．

【解析】（1）解：





；

（2）







；

（3）







．

【点睛】本题考查的是有理数的混合运算的规律探究及运用，熟练的利用规律进行计算是解本题的关键．

**题型8：新定义题**

**【典例23】**．现规定一种新运算“\*”：，例如：，试求

(1)的值．

(2)的值．

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）根据新定义运算可得，再计算即可；

（2）根据新定义的运算法则从左至右的进行计算即可．

【解析】（1）解：∵，

∴；

（2）∵，

∴．

【点睛】本题考查的是新定义运算，含乘方的有理数的混合运算，掌握运算法则和运算顺序是解本题的关键．

**【典例24】**．对于有理数*a*，*b*，规定一种新的运算“★”：，例：．请用上述规定计算下面各式．

（1） ；

（2） ．

【答案】  

【分析】（1）根据新定义可得，进行计算即可；

（2）先求，再求，即可求解．

【解析】解：（1）



；

故答案：；

（2）



，





；

所以；

故答案：．

【点睛】本题主要考查了新定义下的含有乘方的有理数混合运算，理解新定义，根据有理数运算法则进计算是解题的关键．

**【典例25】**．对于实数*a*、*b*，定义运算“\*”，，例如，因为，所以，若，在数轴上对应的点分别到原点的距离相等，且两点间的距离为8，求\*的值．

【答案】或32

【分析】根据，在数轴上对应的点分别到原点的距离相等，且两点间的距离为8，求出，，再分两种情况求解即可．

【解析】解：由题意得：，或

①当，时，





；

②当，时，





．

综上，的值的值为：或32．

【点睛】本题主要考查了有理数的混合运算，利用分类讨论的思想求解是解题的关键．

**【典例26】**．概念学习规定：求若干个相同的有理数(均不等于0)的除法运算叫做除方，如，等．类比有理数的乘方，我们把记作2③，读作“2的圈3次方”， 记作，读作“的圈4次方”，一般地，把 (*n*个*a*，)记作，读作“*a*的圈*n*次方”．

(1)直接写出计算结果： \_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_；

(2)将下列运算结果直接写成幂的形式： \_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_；

(3)算一算：．

【答案】(1)，

(2)，

(3)64

【分析】（1）（2）（3）根据新定义内容列出算式，然后将除法转化为乘法，再根据乘法和乘方的运算法则进行化简计算．

【解析】（1）解：；

，

故答案是：，；

（2）解：；

，

故答案是：，；

（3）解：．

【点睛】本题属于新定义题型，考查有理数乘除运算法则及对有理数乘方运算的理解，理解新定义内容，掌握有理数乘除法和有理数乘方的运算法则是解题关键．



**一、单选题**

1．下列运算正确的是（    ）

A． B．

C． D．

【答案】D

【分析】A选项先算乘法，再算减法即可求解；B将除法变为乘法，再约分计算；C根据乘方的计算法则计算即可求解；D先算括号里面的减法，再计算除法；

【解析】A、，故选项错误；

B、，故选项错误；

C、，故选项错误；

D、，故选项正确；

故选：D．

【点睛】本题考查了有理数的混合运算，有理数混合运算顺序：先算乘方，再算乘除，最后算加减，同级运算，应按从左到右的顺序进行计算；如果有括号的，要先计算括号里面的，进行有理数的混合运算时，注意各个运算律的运用，使运算过程得到简化；

2．小明做了下列3道计算题：

①，②，③．其中正确的有（　　　）

A．0道 B．1道 C．2道 D．3道

【答案】B

【分析】先计算乘法，再计算减法可判断①；先计算乘方，再计算加减可判断②；先计算括号内的，再计算除法可判断③，进而可得答案．

【解析】解：，故①计算错误；

，故②计算正确；

，故③计算错误；

综上，计算正确的有1道．

故选：B．

【点睛】本题考查了有理数的运算，属于基础题目，熟练掌握运算法则是解题的关键．

3．下列计算正确的是（    ）

A． B．

C． D．

【答案】D

【分析】分别计算各项，根据正确结果判断．

【解析】解：*A*、，故错误；

*B*、，故错误；

*C*、，故错误；

*D*、，故正确；

故选*D*．

【点睛】本题考查了有理数的混合运算，解题的关键是掌握运算法则．

4．已知，则的值为（    ）

A． B． C．或 D．-4或4

【答案】C

【分析】根据绝对值的意义，可得m的值，根据非负数的性质可得n，p的值，再代入代数式求值，可得答案．

【解析】由可得：

，

解得m=5或m=-5；n-3=0即n=3，p-2=0即p=2，

当m=5，n=3，p=2时，,

当m=-5，n=3，p=2时，,

所以的值为或,

故选：C

【点睛】本题考查了非负数的性质，利用绝对值的意义得出m的值，非负数的和为零得出n、p的值是解题关键．

5．计算的值为（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】有理数的计算有括号先算小括号，再算中括号，再算大括号，没有括号先乘除再加减．

【解析】解：







．

故选：

【点睛】本题考查有理数的混合运算，掌握运算顺序和计算方法是解本题关键．

6．如图，数轴上点*A*，*B*，*C*对应的有理数分别为，，，则下列结论中，正确的有（）

@@@a34ca24c1de047cd9bf347971ba0a3bb

① ② ③  ④

A．1个 B．2个

C．3个 D．4个

【答案】C

【分析】由数轴可知：-3＜a＜-2，-2＜b＜-1，0＜c＜1，然后对各式进行判断即可.

【解析】解：由数轴可知：-3＜a＜-2，-2＜b＜-1，0＜c＜1，

∴，，，，

故①错误，②③④正确，

故选C.

【点睛】本题考查了数轴、有理数的加减乘除运算，熟练掌握运算法则是解题关键.

7．某公司修一段高速道路，如果施工效率提高20％，可以比原定时间提前60天；如果以原效率修好80千米后，再将效率提高25％，则可提前40天完成任务，需整修的这段道路长为（    ）．

A．150千米 B．180千米 C．210千米 D．240千米

【答案】B

【分析】先求出整修的这段道路的原定时间，再求出以原效率修好80千米所需时间，从而可得原效率，然后利用原效率乘以原定时间即可得．

【解析】由题意得：整修的这段道路的原定时间为（天），

以原效率修好80千米后，整修剩余道路的原定时间为（天），

以原效率修好80千米所需时间为（天），

则原效率为（千米/天），

需整修的这段道路长为（千米），

故选：B．

【点睛】本题考查了有理数加减乘除法的实际应用，理解题意，正确列出运算式子是解题关键．

8．计算的结果是（　　）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】把每个分数写成两个分数之差的一半，然后再进行简便运算．

【解析】解：原式＝

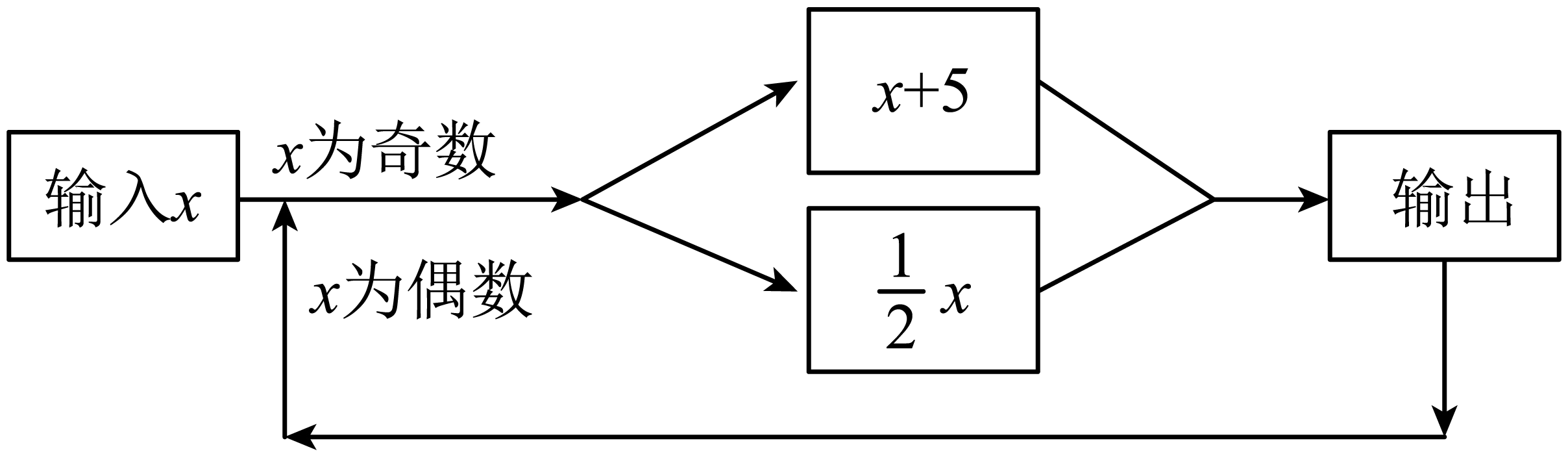
=

= ．

故选*B*．

【点睛】本题是一个规律计算题，主要考查了有理数的混合运算，关键是把分数乘法转化成分数减法来计算．

9．如图所示的运算程序中，若开始输入的*x*值为48，我们发现第1次输出的结果24，第2次输出的结果为12，…第2022次输出的结果为（    ）



A．6 B．8 C．4 D．1

【答案】C

【分析】根据题目所给的运算程序，计算输出的结果，可以发现输出结果的规律，再计算第2022次输出的结果．

【解析】输出结果依次为24，12，6，3，8，4，2，1，6…，

除前2个数外，其他6个一循环，

则，则为周期第4个，

即输出4．

故选：C．

【点睛】本题主要考查代数式求值，有理数的混合运算，规律型：数字的变化类，根据题意列式计算找出输出结果的规律是解决本题的关键．

10．小华用甲、乙两个容积相同的试管做实验，甲管原来装满纯酒精，乙管是空的，第1次实验：把甲管中的酒精倒一半到乙管中，用水把甲管装满；第2次实验：用甲管中的液体把乙管装满；第3次实验：用乙管中的液体把甲管装满；第4次实验：用甲管中的液体把乙管装满．则做完4次实验后，甲管中的纯酒精是原来的(　　)

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】【分析】列表表示出每次操作后甲、乙两个试管中的酒精含量即可得答案.

【解析】由题意可得如下表格：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 甲 | 乙 |
| 第一次操作后 |  |  |
| 第二次操作后 |  |  |
| 第三次操作后 |  |  |
| 第四次操作后 |  |  |

故选C.

【点睛】本题考查了浓度问题，解答起来比较繁琐，应认真分析，明确每次从一个试管倒入另一个试管的纯酒精都是这个试管中纯酒精的一半是解题的关键.

**二、填空题**

11．计算：−2÷×2＝ ．

【答案】

【分析】根据有理数乘除的性质计算，即可得到答案．

【解析】−2÷×2＝

故答案为：．

【点睛】本题考查了有理数运算的知识；解题的关键是熟练掌握有理数乘除运算的性质，从而完成求解．

12．计算下列各题：

（1） ；（2） ；（3） ；

（4） ；（5） ；（6） ；

【答案】 5 -2 10 -8 -2 2

【分析】（1）按照有理数加法法则计算即可；

（2）按照有理数减法法则计算即可；

（3）按照有理数乘法法则计算即可；

（4）按照有理数除法法则计算即可；

（5）先算乘方运算，再算除法；

（6）先根据绝对值的性质去掉绝对值符号，再按照有理数加法法则计算即可；

【解析】（1）；

（2）；

（3）；

（4）；

（5）；

（6）；

故答案为：5；-2；10；-8；-2；2．

【点睛】本题主要考查有理数的运算，掌握有理数的运算法则是解题的关键．

13．根据二十四点算法，现有四个数3、4、6、10，每个数用且只用一次进行加、减、乘、除，使其结果等于24，则列式为 =24．

【答案】6÷3×10+4

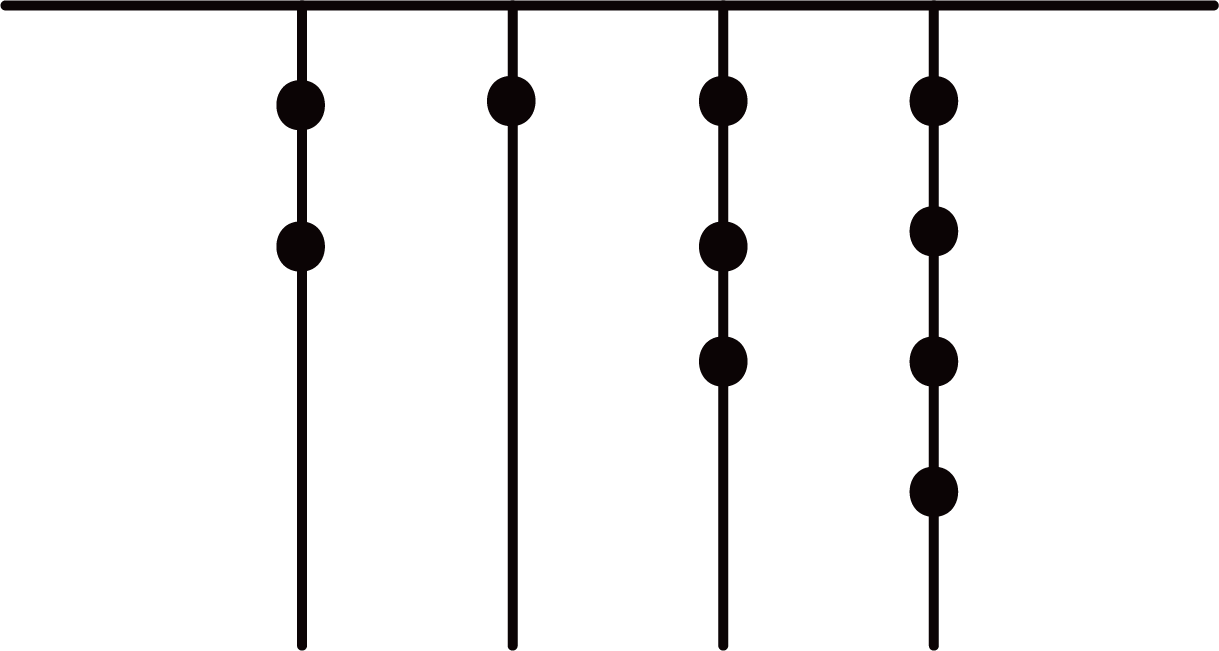
【分析】灵活利用运算符号将3、4、6、10连接，使结果为24即可解答本题．

【解析】由题意可得，6÷3×10+4．

故答案为：6÷3×10+4．

【点睛】本题考查了有理数的混合运算，关键是明确题意，进行灵活变化，最终求出问题的答案．

14．中国奇书《易经》中记载，远古时期，人们通过在绳子上打结来计数，即“结绳计数”．如图，一位母亲在从右到左依次排列的绳子上打结，满进，用来记录孩子自出生后的天数．由图可知，孩子自出生后的天数是 ．



【答案】294

【分析】根据计数规则可知，从右边第1位的计数单位为50，右边第2位的计数单位为51，右边第3位的计数单位为52，右边第4位的计数单位为53……依此类推，可求出结果．

【解析】解：2×53+1×52+3×51+4×50=294，

故答案为：294．

【点睛】本题考查用数字表示事件，理解“逢五进一”的计数规则是正确计算的前提．

15．若*a*，*b*互为相反数，*c*，*d*互为倒数，*e*的绝对值等于3，则2*e*﹣3*cd*＋（*a*＋*b*）2＝ ．

【答案】3或-9．

【分析】利用相反数，倒数的定义，以及绝对值的代数意义求出各自的值，代入原式计算即可求出值．

【解析】解：∵*a*，*b*互为相反数，*c*，*d*互为倒数，*e*的绝对值等于3，

∴*a*+*b*=0，*cd*=1，*e*=3或-3，

当*e*=3时，2*e*﹣3*cd*＋（*a*＋*b*）2＝6-3+0=3；

当*e*=-3时，2*e*﹣3*cd*＋（*a*＋*b*）2＝-6-3+0=-9．

故答案为：3或-9．

【点睛】此题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

16．已知，则*a*是大于的整数，*b*是大于的分数，则的结果为 ．

【答案】64

【分析】先根据有理数的混合运算法则求出*a*+*b*的值，再根据*a*是大于的整数，*b*是大于的分数求解即可．

【解析】解：左边，

因为*a*是大于的整数，*b*是大于的分数，

所以，，则．

故答案为：64．

【点睛】本题主要考查了有理数的混合运算，有理数的乘法计算，解题的关键在于能够熟练掌握相关知识进行求解．

17．一个容器装有1升水，按照如下要求把水倒出：第1次倒出升水，第2次倒出的水量是升的，第3次倒出的水量是升的，第4次倒出的水量是升的，…按照这种倒水的方法，倒了次后容器内剩余的水量是 ．

【答案】

【分析】根据题意易知倒出水的规律，第次倒出的水为，然后从1升水中逐次减去每一次倒的水，再进行计算即可．

【解析】根据题意可知，

第一次倒出：，

第二次倒出：，

第三次倒出：，

第次倒出：，







．

∴倒了次后容器内剩余的水量．

故答案为：．

【点睛】本题主要考查分式的混合运算，解题的关键是正确找出规律，如第次倒出的水为．

18．现定义两种新运算“”和“”，对任意有理数*a*，*b*，规定：，，例如：，，那么．

【答案】

【分析】本题考查新定义运算，有理数的混合运算，根据新定义运算法则计算即可．

【解析】解：∵，，

∴









，

故答案为：．

19．某商场对顾客实行这样的优惠规定：若一次购物不超过200元，则不予折扣；若一次购物超过200元，不超过500元，则按标价给予九折优惠；若一次购物超过500元，其中500元按上述九折优惠外，超过500元的部分给予八折优惠．某人两次购物分别付款198元和423元，如果他合起来一次购买同样的商品，那么他可节约 元．

【答案】19或36.6

【分析】分类讨论：根据题意有付款198的商品可按规定：每一次购物不超过200元，则不予折扣付款，则商品的标价为198元；也可按规定：若一次购物超过200元，不超过500元，按标价给予九折优惠付款，可计算出标价为198÷0.9=220元；而付款423的商品没有超过500×0.9=450，只能按规定：若一次购物超过200元，不超过500元，按标价给予九折优惠付款，则商品的标价为423÷0.9=470元，于是得到两次购物分别付款198元和423元的商品的总标价为198+470=668（元）或220+470=690（元），若合起来一次购买同样的商品，则按规定：若一次购物超过500元，其中500元按上述九折优惠之外，超过500元部分给予八折优惠进行付款．可计算出总标价为668元应实际付款数=500×0.9+（668-500）×0.8=584.4（元）；总标价为690元应实际付款数=500×0.9+（690-500）×0.8=602（元），然后把两次购物分别付款198元和423元的和分别减去合起来一次购买同样的商品的付款数即可得到他节约的钱数．

【解析】解：付款198的商品如果按规定：每一次购物不超过200元，则不予折扣付款，则商品的标价为198元；付款198的商品如果按规定：若一次购物超过200元，不超过500元，按标价给予九折优惠付款，则标价为198÷0.9=220元；

由500×0.9=450，所以付款423的商品没有超过元，则按规定：若一次购物超过200元，不超过500元，按标价给予九折优惠付款，则商品的标价为423÷0.9=470元，

所以某人两次购物分别付款198元和423元的商品的总标价为198+470=668（元）或220+470=690（元），

当他合起来一次购买同样的商品时，可按规定：若一次购物超过500元，其中500元按上述九折优惠之外，超过500元部分给予八折优惠进行付款．

总标价为668元应实际付款数=500×0.9+（668-500）×0.8=584.4（元），

则他可节约（198+423）-584.4=36.6（元）；

总标价为690元应实际付款数=500×0.9+（690-500）×0.8=602（元），

则他可节约（198+423）-602=19（元）．

故答案为：19或36.6．

【点睛】本题考查了分类讨论的思想的运用：分析实际付款可按不同方式打折．也考查了实际生活中的折扣问题．

**三、解答题**

20．计算：

（1）；

（2）．

【答案】（1）-33；（2）

【分析】（1）先算乘方，在算乘除法，再加减， 同级运算，应按从左到右的顺序进行计算；

（2）先算乘方，在算乘除法，再加减，同级运算，应按从左到右的顺序进行计算；如果有括号，要先做括号内的运算．

【解析】解：（1）原式，

，

.

（2）原式，

，

，

，

.

【点睛】考查了有理数的混合运算，有理数混合运算顺序：先算乘方，再算乘除，最后算加减；同级运算，应按从左到右的顺序进行计算；如果有括号，要先做括号内的运算．进行有理数的混合运算时，注意各个运算律的运用，使运算过程得到简化．

21．计算：

（1）；

（2）；

（3）；

（4）．

【答案】（1）136；（2）-32；（3）；（4）

【分析】（1）运用有理数加法的结合律运算即可，

（2）根据有理数的混合运算法则计算即可，

（3）先算括号里的和乘方，最后再计算乘除即可，

（4）先算乘除后算加减运算即可；

【解析】解：（1）原式

；

（2）原式



；

（3）原式；

（4）原式



．

【点睛】本题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算法则以及运算律是解题的关键．

22．（1）简算：（）÷（）；

（2）简算：（﹣96）÷6；

（3）﹣32+[（）]×12；

（4）﹣1﹣2×||+（﹣6）×（）．

【答案】（1）9；（2）﹣16；（3）-22；（4）

【解析】【分析】（1）先把除法变为乘法，再利用乘法分配律；

（2）先把除法变为乘法，再利用乘法分配律；

（3）算乘法时利用乘法分配律；

（4）先算乘法，再算加减．

（1）原式＝（）×（﹣36）

＝（）×（﹣36）（﹣36）+（）×（﹣36）

＝3﹣12+18

＝9．

（2）原式＝（﹣96）

＝（﹣96）

＝﹣16

＝﹣16．

（3）原式＝﹣9+（）×12+（）×12

＝﹣9﹣10﹣3

＝﹣22

（4）原式＝﹣1﹣22

＝﹣12

．

23．哈尔滨市某区总代理张老板用360000元购进3000双李宁新款运动鞋，计划每天销售200双，实际销售时超过计划数的部分用正数表示，不足计划数的部分用负数表示，这批运动鞋前7天的销售情况记录如表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销售天数 | 第一天 | 第二天 | 第三天 | 第四天 | 第五天 | 第六天 | 第七天 |
| 每天的销售量  （单位：双） | +12 | ﹣8 | +25 | +26 | ﹣22 | +3 | ﹣15 |

（1）这七天平均每天销售运动鞋多少双？

（2）计划这批运动鞋全部售完后共获利25%，则每双鞋的定价应为多少元？

（3）若前七天销售的运动鞋均以（2）中的定价售出．张老板按此定价继续销售，以第三天的销售量又销售两天后，没有售出的运动鞋按定价的八折销售很快售完，求这批运动鞋全部销售后张老板共盈利多少元？（其他费用忽略不计）

【答案】（1）203双；（2）150元；（3）92130元

【分析】（1）求出用正、负数表示的这七天的销售量然后除以7，再加上200就是这七天卖的平均双数；

（2）根据“单价总价数量”，用360000元除以300就是每双运动鞋的进价，根据百分数数乘法的意义，用每双鞋的进价乘就是每双鞋的定价；

（3）根据“总价单价数量”即可求出按原定价卖的钱数．用进的总双数减去按定价卖出的双数就是剩下的双数，剩下的双数乘就是剩下的双数卖出的钱数．用两部分卖出的钱数之和减去进这批鞋用的钱数就是盈利的钱数．

【解析】解：（1）（双，

答：这七天每天销售鞋203双．

（2），

（元，

答：每双鞋的定价应为150元．

（3），

，

，

，

，

，

卖出的钱：（元，

盈利：（元．

【点睛】本题考查的知识有正、负数的意义及应用；百分数乘法的意义及应用；折扣的意义；还有单价、总价、数量之间的关系等，解题的关键是搞清楚单价、总价、数量之间的关系．

24．已知，，…，利用上述方法计算：．

【答案】．见详解．

【分析】根据题意及利用裂项相消法直接进行求解即可．

【解析】解：原式．

【点睛】本题主要考查有理数的运算，关键是根据题意得到裂项相消法的基本思路即可．

25．计算：

【答案】

【分析】此题考查了有理数的混合运算，原式变形后，把看作整体进行运算展开后，利用加法交换律即可得到答案．

【解析】解：









26．定义一种新运算：观察下列各式：

1\*2＝1×3+2＝5，

4\*（﹣2）＝4×3﹣2＝10，

3\*4＝3×3+4＝13，

6\*（﹣1）＝6×3﹣1＝17．

（1）请你想想：*a*\**b*＝　 　；

（2）若*a*≠*b*，那么*a*\**b*　 　*b*\**a*（填“＝”或“≠”）；

（3）先化简，再求值：（*a*﹣*b*）\*（*a*+2*b*），其中*a*＝1，*b*＝﹣2．

【答案】（1）3*a*+*b*；（2）≠；（3）4*a*﹣*b*，6

【解析】【分析】（1）找出规律即可．

（2）分别计算*a*\**b*，*b*\**a*即可．

（3）先求（*a*﹣*b*）\*（*a*+2*b*），再求值．

（1）根据题意得：*a*\**b*＝3*a*+b．

故答案为：3*a*+*b*

（2）∵*a*\**b*＝3*a*+*b*，*b*\**a*＝3*b*+*a*，*a*≠b．

*a*\**b*≠*b*\*a．

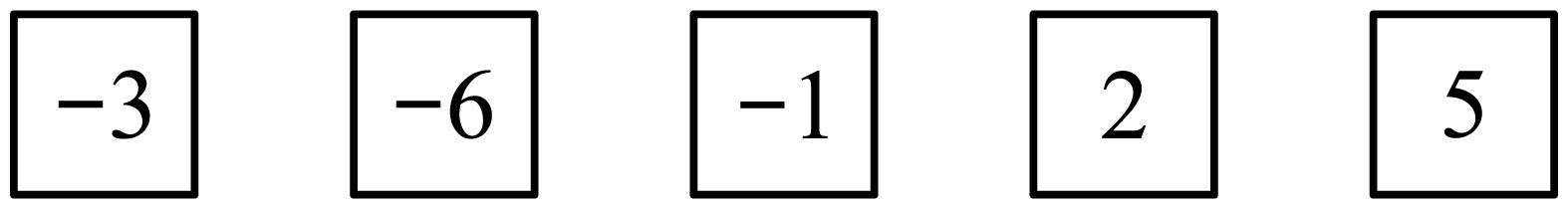
故答案为：≠．

（3）（*a*﹣*b*）\*（*a*+2*b*）＝3（*a*﹣*b*）+*a*+2*b*

＝4*a*﹣b．

当*a*＝1，*b*＝﹣2时，原式＝4+2＝6．

27．现有 5 张卡片写着不同的数字，利用所学过的加、减、乘、除、乘方运算按要求解答下列问题（每张卡片上的数字只能用一次）．



(1)从中取出 2 张卡片，使这 2 张卡片上数字的和最小，则和的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

(2)从中取出 2 张卡片，使这 2 张卡片上数字的差最大，则差的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

(3)从中取出 2 张卡片，使这 2 张卡片上数字相除的商最大，则商的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

(4)从中取出 3 张卡片，使这 3 张卡片上数字的乘积最大，乘积的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

(5)从中取出 4 张卡片，使这 4 张卡片上的数字运算结果为 24．写出两个不同的等式，分别为 ， ．

【答案】(1)-9

(2)11

(3)6

(4)90

(5)，

【解析】（1）解：这五个数中，最小的两个数是-3和-6，

所以要使这 2 张卡片上数字的和最小，则和的最小值为．

故答案为：-9；

（2）解：这五个数中，最小的两个数是-6，最大的数是5，

所以要使这 2 张卡片上数字的差最大，则差的最大值为．

故答案为：11；

（3）解：取出-6和-1，相除得．

所以商的最大值为6；

故答案为：6

（4）解：取出-6，-3,5，则乘积的最大值为．

故答案为：90；

（5）解：，．

故答案为：，．

【点睛】本题考查了有理数的加减乘除以及混合运算，熟知有理数的运算法则是解题关键．

28．观察下列式子：

将以上三个等式两边分别相加得：

．

(1)直接写出结果：\_\_\_\_\_\_\_；

(2)请用上述方法计算（写出具体过程）：\_\_\_\_\_\_；；

(3)直接写出计算结果：\_\_\_\_\_\_\_；

(4)直接写出计算结果：\_\_\_\_\_\_\_\_；

【答案】(1)

(2)；

(3)；

(4)；

【分析】（1）根据有理数的规律直接求解即可得到答案；

（2）根据有理数的规律直接求解即可得到答案；

（3）根据题意得到，再根据有理数的规律直接求解即可得到答案；

（4）根据有理数的规律直接求解即可得到答案；

【解析】（1）解：由题意可得，

原式



，

故答案为：；

（2）解：由题意可得，

，，，

由此可得，

，

∴原式



；

（3）解：由题意得到，

，

∴原式







，

；

（4）解：由题意可得，

原式







；

【点睛】本题考查有理数的规律题，解题的关键是熟练掌握有理数的规律．

29．从2开始，连续的偶数相加，它们的和的情况如下表：

|  |  |
| --- | --- |
| 加数*m*的个数 | 和*S* |
| 1 | 2＝1×2 |
| 2 | 2+4＝6＝2×3 |
| 3 | 2+4+6＝12＝3×4 |
| 4 | 2+4+6+8＝20＝4×5 |
| 5 | 2+4+6+8+10＝30＝5×6 |

（1）按这个规律，当*m*＝6时，和S为　 　；

（2）从2开始，*m*个连续偶数相加，它们的和*S*与*m*之间的关系，用公式表示出来为：S＝　 　．

（3）应用上述公式计算：

①2+4+6+…+100

②1002+1004+1006+…+1100

③1+3+5+7+…+99

【答案】（1）；（2）；（3）①；②；③．

【分析】（1）根据规律列出运算式子，计算有理数的乘法即可得；

（2）根据表格归纳类推出一般规律即可得；

（3）①根据（2）的结论列出运算式子，计算有理数的乘法即可得；

②利用的值减去的值即可得；

③将运算中的每个加数都加上1可变成（3）①的运算式子，再减去50即可得．

【解析】（1）根据规律得：当时，和，

故答案为：42；

（2）由表可知，当时，，

当时，，

当时，，

当时，，

归纳类推得：，

故答案为：；

（3）①，

，

；

②，

，

，

，

，

；

③，

，

，

，

．

【点睛】本题考查了有理数加减法与乘法的规律型问题，正确归纳类推出一般规律是解题关键．